**Двойственный симплекс-метод**.

Решим прямую задачу линейного программирования двойственным симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.

Приведем систему ограничений к системе неравенств смысла ≤, умножив соответствующие строки на (-1).

Определим минимальное значение целевой функции F(X) = 100x1+360x2 при следующих условиях-ограничений.

-x2≤-3

-3x1-1.875x2≤-27

-x1-2.9x2≤-25.5

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).

В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x3. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x4. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5.

-x2+x3 = -3

-3x1-1.875x2+x4 = -27

-x1-2.9x2+x5 = -25.5

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (0,0,-3,-27,-25.5)

**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x4 | -27 | -3 | -1.875 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | -25.5 | -1 | -2.9 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -100 | -360 | 0 | 0 | 0 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

**2. Определение новой свободной переменной**.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 2-ая строка, а переменную x4 следует вывести из базиса.

**3. Определение новой базисной переменной**.

Минимальное значение θ соответствует 1-му столбцу, т.е. переменную x1 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-3).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x4 | -27 | -3 | -1.875 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | -25.5 | -1 | -2.9 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -100 | -360 | 0 | 0 | 0 |
| θ |  | -100 : (-3) = 100/3 | -360 | - | - | - |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x1 | 9 | 1 | 0.625 | 0 | -1/3 | 0 |
| x5 | -16.5 | 0 | -2.275 | 0 | -1/3 | 1 |
| F(X0) | 900 | 0 | -297.5 | 0 | -100/3 | 0 |

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| -3-(-27∙0):-3 | 0-(-3∙0):-3 | -1 | 1-(0∙0):-3 | 0-(1∙0):-3 | 0-(0∙0):-3 |
| -27 : -3 | -3 : -3 | -1.875 | 0 : -3 | 1 : -3 | 0 : -3 |
| -25.5 | -1-(-3∙-1):-3 | -2.9 | 0-(0∙-1):-3 | 0-(1∙-1):-3 | 1-(0∙-1):-3 |
| 0-(-27∙-100):-3 | -100-(-3∙-100):-3 | -360 | 0-(0∙-100):-3 | 0-(1∙-100):-3 | 0-(0∙-100):-3 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.

План 1 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

**2. Определение новой свободной переменной**.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 3-ая строка, а переменную x5 следует вывести из базиса.

**3. Определение новой базисной переменной**.

Минимальное значение θ соответствует 4-му столбцу, т.е. переменную x4 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-1/3).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x1 | 9 | 1 | 0.625 | 0 | -1/3 | 0 |
| x5 | -16.5 | 0 | -2.275 | 0 | -1/3 | 1 |
| F(X0) | 900 | 0 | -297.5 | 0 | -100/3 | 0 |
| θ |  | - | -297.5 | - | -100/3 : (-1/3) = 100 | - |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x1 | 25.5 | 1 | 2.9 | 0 | 0 | -1 |
| x4 | 49.5 | 0 | 6.825 | 0 | 1 | -3 |
| F(X1) | 2550 | 0 | -70 | 0 | 0 | -100 |

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| -3 | 0-(0∙0):-1/3 | -1 | 1-(0∙0):-1/3 | 0-(-1/3∙0):-1/3 | 0-(1∙0):-1/3 |
| 9 | 1-(0∙-1/3):-1/3 | 0.625 | 0-(0∙-1/3):-1/3 | -1/3-(-1/3∙-1/3):-1/3 | 0-(1∙-1/3):-1/3 |
| -16.5 | 0 : -1/3 | -2.275 | 0 : -1/3 | -1/3 : -1/3 | 1 : -1/3 |
| 900 | 0-(0∙-100/3):-1/3 | -297.5 | 0-(0∙-100/3):-1/3 | -100/3-(-1/3∙-100/3):-1/3 | 0-(1∙-100/3):-1/3 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.

План 2 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

**2. Определение новой свободной переменной**.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 1-ая строка, а переменную x3 следует вывести из базиса.

**3. Определение новой базисной переменной**.

Минимальное значение θ соответствует 2-му столбцу, т.е. переменную x2 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-1).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| x1 | 25.5 | 1 | 2.9 | 0 | 0 | -1 |
| x4 | 49.5 | 0 | 6.825 | 0 | 1 | -3 |
| F(X0) | 2550 | 0 | -70 | 0 | 0 | -100 |
| θ |  | - | -70 : (-1) = 70 | - | - | - |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 3 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| x1 | 16.8 | 1 | 0 | 2.9 | 0 | -1 |
| x4 | 29.025 | 0 | 0 | 6.825 | 1 | -3 |
| F(X2) | 2760 | 0 | 0 | -70 | 0 | -100 |

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| -3 : -1 | 0 : -1 | -1 : -1 | 1 : -1 | 0 : -1 | 0 : -1 |
| 25.5 | 1 | 2.9 | 0 | 0 | -1 |
| 49.5 | 0 | 6.825 | 0 | 1 | -3 |
| 2550-(-3∙-70):-1 | 0-(0∙-70):-1 | -70-(-1∙-70):-1 | 0-(1∙-70):-1 | 0-(0∙-70):-1 | -100-(0∙-70):-1 |

В базисном столбце все элементы положительные.

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.

**1. Проверка критерия оптимальности**.

Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 3 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| x1 | 16.8 | 1 | 0 | 2.9 | 0 | -1 |
| x4 | 29.025 | 0 | 0 | 6.825 | 1 | -3 |
| F(X1) | 2760 | 0 | 0 | -70 | 0 | -100 |

Оптимальный план можно записать так:

x1 = 16.8, x2 = 3

F(X) = 100∙16.8 + 360∙3 = 2760